

## הרמב"ם על דימוע ועישורייתא דרבי

יובל רויכמן

הופעתו המפתיעה של קירוב למספר  $e$  בתלמוד הירושלמי נתגלתה ע"י יקותיאל גינצבורג<sup>1</sup> במאמרו היפהפה: "מידות ומספרים בתלמוד"<sup>2</sup>. במאמר זה נסקרו סדרות הנדסיות שונות המופיעות בש"ס ובספרות ההלכה ולא באתי אלא כיהודה ועוד לקרא, לנסות ליישב את דברי הרמב"ם אותם השאיר גינצבורג ב"צריך עיון". מכיון שאין מאמרו של גינצבורג מצוי בידי הרבים, נסכם, ראשית, את עיקרי הדברים.

### א. המספר $e$ .

אחד המספרים הממשיים בעלי החשיבות המרכזית ביותר במתמטיקה ובשאר המדעים הוא המספר  $e$ . מספר זה נתגלה, כנראה, ע"י ג'ון נפיר, לפני כארבע מאות שנה, בעת הכנת לוחות הלוגריתמים הראשונים. ברנולי הוכיח, מאוחר יותר, שהסדרה

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

מתכנסת ל  $1/e$  כאשר  $n$  שואף לאינסוף. הפרסום של  $e$  החל בעבודותיו של אוילר בהן נעשה שימוש נרחב בקבוע זה במתמטיקה ובפיזיקה.

### ב. המספר $e$ בתלמוד.

הערכה מקורבת קדומה של  $e$  מופיעה כבר בתלמוד הירושלמי. בתלמוד הבבלי מסכת כתובות דף סח ע"א מצאנו:

"אמר רבי: בת הניזונית מן האחין - נוטלת עישור נכסים. אמרו לו לרבי: לדברך, מי שיש לו עשר בנות ובן, אין לו לבן במקום בנות כלום! אמר להן, כך אני אומר: ראשונה נוטלת עישור נכסים, שניה - במה ששיירה, ושלישית - במה ששיירה".

כלומר הבן נוטל  $\left(1 - \frac{1}{10}\right)^{10}$ . גודל זה מחושב בירושלמי שם (פ"ו ה"ה): "נמצאו הבנות נוטלות תרין

חולקין פרא ציבחד, והבן נוטל חד חולק ואוף ציבחד". "פרא" – פירושו פחות, "ואוף" – ועוד, כמבואר ברש"י (נדרים דף לט ע"ב): "מפרש בהש"ס ירושלמי נמצאו בנות שנוטלות במנה תרי תילתי פחות ציבחר והאי תילתא ומוסיף ציבחר"<sup>3</sup>. המילה "ציבחר" מופיעה בתרגום יונתן ל"מצער", בתרגום ישעיהו ל"מצער" ובתרגום איוב ל"זעיר". על-פי זה, הערכת הירושלמי היא שליש ועוד חלק זעיר. חישוב של חלק זעיר זה מופיע אצל רב סעדיה גאון בספרו "חוקי הירושות"<sup>4</sup>, והוא פחות במעט מ  $1/60$ .

<sup>1</sup> יקותיאל גינצבורג (תרמ"ט – תשי"ז) נולד בליפניקי (ווהלין). היגר לארה"ב בשנת תרע"ב. כיהן כפרופסור באוניברסיטת קולומביה וכראש החוג למתמטיקה בישיבה אוניברסיטה מהקמתה. חיבר מאמרים רבים אודות המתמטיקה בספרות הרבנית, ההיסטוריה של המתמטיקה ודרכי הוראתה. היה פעיל ציוני ומעורב בהקמת אוניברסיטת בר-אילן. מתלמידיו: הלל פירסטנברג.  
<sup>2</sup> בתוך: יקותיאל גינצבורג, כתבים נבחרים, הוצאת ניומן, תשכ"א. ראה גם פרק ראשון בספרו של מאיר ליטמן: *Approaching Infinity*, הוצאת פלדהיים 1990.

<sup>3</sup> לפירוש "פרא" ו"אוף" ראה גם גינצבורג שם, וראה גם ירושלמי דמאי פ"ה ה"ב.

<sup>4</sup> ראה גינצבורג שם (החישובים אצל רס"ג הם עד כדי חלק האלף).

אברי הסדרה הנ"ל של ברנולי מופיעים עוד פעמים מספר בספרות התלמודית. בתלמוד בבלי, מסכת דרים דף לט ע"ב מצאנו:

"אמר רבי אחא בר חנינא: כל המבקר חולה - נוטל אחד מששים בצערו. אמרי ליה: אם כן, ליעלון שיתין ולוקמה! אמר ליה: כעישוריתא דבי רבי."

הביטוי  $\left(1 - \frac{1}{10}\right)^{10}$  מכונה כאן "עישוריתא דבי רבי". הביטוי  $\left(1 - \frac{1}{60}\right)^{60}$  מכונה "כעישוריתא דבי רבי", כלומר, הדומה ל"עישוריתא דבי רבי". אכן גם ערכיהם קרובים <sup>5</sup> <sup>6</sup>.

### ג. הרמב"ם על דימוע.

מצאנו במשנה תרומות פרק ה משנה ז:

"סאה תרומה שנפלה למאה הגביהה ונפלה אחרת הגביהה ונפלה אחרת הרי זו מותרת עד שתרבה תרומה על החולין."

העקרון, אותו מיישמת המשנה, הוא ביטול סאת תרומה שנתערבה במאה סאין של חולין. במקרה כזה מפרישים מהתערובת סאה אחת והשאר מותר. אם המקרה חוזר ונשנה, התערובת מותרת "עד שתרבה תרומה על החולין". נשאלת השאלה אחרי כמה פעמים "תרבה התרומה על החולין"?

תשובת הרמב"ם היא

"עד שתרבה תרומה על החולין, עד שיפלו למאה סאה של חולין, מאה סאה ועוד משהו של תרומה זה אחר זה."<sup>7</sup>

לדעת הרמב"ם, התערובת מותרת כל עוד חלק החולין יותר מ-  $\left(1 - \frac{1}{101}\right)^{101}$ . פירוש הרמב"ם קשה,

שכן  $0.366 \sim \left(\frac{100}{101}\right)^{101}$ . הלומד מתקשה: מדוע התערובת מותרת עד מאה ואחת פעמים, הלא במספר פעמים הקטן בהרבה ממאה, תרבה תרומה על החולין?<sup>8</sup>

הרמב"ם עצמו פסק "שאין התרומה מדמעת אלא לפי החשבון"<sup>9</sup>, ואילו כאן התעלם, לכאורה, מן החשבון הנכון, הדבר אומר דרשני.

הראב"ד<sup>10</sup> משיג וחולק, ובעקבותיו נתקשו מפרשי הרמב"ם ראשונים ואחרונים. בנוסף למפרשי הרמב"ם על אתר סוקר גינצבורג את הדיון בספר עטרת שאול ובתשובת ר' עקיבא איגר במענה ל"קושיא העצומה" ששאל בנו ר' שלמה איגר<sup>11</sup> <sup>12</sup>. נציין בפרט את ביאור בעל ה"כסף משנה": לדעת הרמב"ם

<sup>5</sup> עישוריתא דבי רבי שווה לערך ל- 0.349 ואילו שארית המחלה שווה לערך ל- 0.365.

<sup>6</sup> ביטויים דומים עבור מעריכים יותר גבוהים, ללא הערכות מפורשות, מופיעים במפרשי הש"ס. ראה תענית דף י ע"ב תוספות ד"ה פסיעה גסה ( $n = 500$ ), מהרש"א חידושי אגדות מנחות דף כט ע"א ד"ה מי חסר ( $n = 1000$ ).

<sup>7</sup> פירוש הרמב"ם למשנה שם. פירוש זה נפסק להלכה ע"י הרמב"ם בהלכות תרומות פי"ג ה"ה.

<sup>8</sup> "החשבון האמיתי... שלפעם התשעה וששים עדיין ליכא רוב תרומה וכן שבעים לשיבוע להיות רוב תרומה" (ר' שאול לוריא במענה לשאלת הרש"ש, בסוף ספרו עטרת שאול).

<sup>9</sup> הלכות תרומות שם ה"ג.

<sup>10</sup> הלכות תרומות שם.

<sup>11</sup> שו"ת רבי עקיבא איגר מהדורה קמא סימן רכב: "קושיא העצומה" ששאל בנו ר' שלמה איגר והם "בכורי פרי תנובתך מאז יצאת מלפני לוורשא". יש להעיר שר' שלמה איגר יצא לוורשא בהיותו בן ט"ו שנים.

"קמא קמא בטיל", פירושו: "ראשון, ראשון מתבטל והכל חולין". אך, נשאלת השאלה, אם כן אף לאחראי מיליון פעמים הכל חולין?

גינצבורג מסכם: "שאלה זו על-דבר יסוד דעתו של הרמב"ם הפנתה אליה תשומת לב רבים מגאוני ישראל ... עוד נבוא לעיין בדבר זה באחד המאמרים הבאים. לעת עתה נשאיר את השאלה בצריך עיון". גינצבורג נפטר בטרם "הספיק לסדר ניירותיו ורעיונותיו אודות המתמטיקה העברית. הם נותרו במצב היולי בערמת פתקאות ומראי מקומות... ספינתו החלה מתקרבת לחוף, אולם, אהה, הקברניט איננו!"<sup>13</sup> בקעה הותיר לנו, גינצבורג, להתגדר בה.

#### ד. רוב ניכר.

בגמרא בברכות דף מח ע"א נאמר: "אמר רבי יהודה בריה דרב שמואל בר שילת משמיה דרב: תשעה אכלו דגן ואחד אכל ירק - מצטרפין" לזימון בעשרה. על כך מובא שם המעשה הבא:

"אמר רבי זירא, בעאי מיניה מרב יהודה: שמונה מהו? שבעה מהו? - אמר ליה: לא שנא. ששה ודאי לא מיבעיא לי. אמר ליה רבי ירמיה: שפיר עבדת דלא איבעיא לך, התם טעמא מאי - משום דאיכא רובא, הכא נמי - איכא רובא. ואיהו סבר: רובא דמינכר בעינן."

רבי זירא שאל מהו מספר אוכלי הפת המינימלי המאפשר זימון בעשרה. וכאברהם בשעתו, בכל שאלה הוריד את המספר הנדרש. ושוב, כאברהם בשעתו, הפסיק לשאול לפני שהגיע למינימום היוצר רוב. הגמרא מסבירה שרבי זירא לא שאל האם ששה אוכלי פת יספיקו, כי הוא סבר שצריך לפחות שבעה אוכלי פת מתוך עשרה, המהווים "רוב ניכר"<sup>14</sup>. הרמב"ם פוסק כדעת רבי זירא: "אין מזמנין אלא על מי שאכל כזית פת ולמעלה, שבעה שאכלו פת ושלושה אכלו עמהו ירק או ציר וכיוצא בהן מצטרפין לזמן בשם, והוא שיהיה המברך מאוכלי הפת, אבל ששה שאכלו פת וארבעה ירק אין מצטרפין עד שיהיו אוכלי הפת רוב הניכר"<sup>15</sup>.

אנו מסיקים: 0.7 – רוב ניכר, ואילו 0.6 – לא. ומה הדין בערכי ביניים?

תשובה מצאנו ברבינו יונה על הרי"ף שם: "הב' אצל הג' רובא דמינכר הוי כיון שהם ב' חלקים, שלא אמרו אלא שהד' אין מצטרפין עם הששה לפי שהששה אינו שני חלקין מהעשרה, ולפיכך אין הד' מצטרפין עמהם אבל האחד שאכל ירק או ששתה היה נראה שמצטרף עם הב'". רבינו יונה סובר ששני שלישי הם רוב ניכר, ועל-פי זה מסיק ששניים שאכלו פת ואחד שאכל ירק מצטרפים לזימון. וכן פסקו עוד ראשונים המובאים בהגהות מיימוניות על הרמב"ם שם.

#### ה. הסבר הרמב"ם על-פי העקרון של "רובא דמינכר".

מדוע מתיר הרמב"ם את תערובת התרומה בחולין עד מאה ואחת פעמים ולא עד בכלל?

נראה שהרמב"ם סובר שאכן התערובת מותרת מן התורה (כהסבר ה"כסף משנה לעיל), אלא שחכמים גזרו שלא תהיה התרומה רוב מובהק, הדומה ל"רוב הניכר" בזימון עשרה. ואולי, סובר הרמב"ם ש"תרי חולקין פרא ציבחר", שני שלישי פחות מעט, הם המינימום הנדרש לרוב ניכר. ולפי זה על מיעוט החולין

להיות יתר על שלישי ועוד מעט, "חד חולק ואוף ציבחר", דהיינו יותר מ- $\left(1 - \frac{1}{101}\right)^{101}$ . לכן מתיר

הרמב"ם לערב עד מאה פעמים, ולא עד מאה ואחת.

<sup>12</sup> ראה גם מראה הפנים על הירושלמי בתרומות שם. על המקורות אותם מביא גינצבורג ניתן להוסיף אור שמח הלכות מאכלות אסורות פט"ז ה"ב.

<sup>13</sup> פנחס שוב, נפש לידיד. מופיע כאחרית דבר לגינצבורג, כתבים נבחרים.

<sup>14</sup> ראה רש"י שם.

<sup>15</sup> הלכות ברכות פרק ה"ה.

המשך דברי הרמב"ם בהלכות ברכות לא מתאים, לכאורה, להסבר שהצענו. הרמב"ם ממשיך ואומר: "במה דברים אמורים בעשרה, אבל בשלשה צריך שיאכלו כל אחד ואחד מהן כזית פת ואח"כ מזמנין." לדעת הרמב"ם שני שלישי של אוכלי פת אינם מספיקים לזימון בשלשה, בניגוד לדעת רבינו יונה ובניגוד להסברינו.

לעניות דעתי, דווקא דבריו אלה של הרמב"ם מסייעים לדברינו. הרמב"ם סובר שאין זימון בשלשה אלא במי שאכל פת, מה שאין כן בזימון עשרה, כמדויק מדבריו: "שלשה שאכלו פת כאחד חייבין לברך ברכת הזימון ... היו האוכלין מעשרה ולמעלה מזמנין בשם"<sup>16</sup>.

כנראה סובר הרמב"ם שעיקר חיוב הזימון בשלשה הוא מדברי סופרים ואולי אף מן התורה<sup>17</sup>, ואילו אזכרת שם בעשרה היא מדרבנן בלבד ועל כן מועיל בה רוב הניכר. הרוב בדינים מדרבנן אלה (דיני זימון ודיני תערובת תרומה) הוא רוב ניכר של שניים (ומעט) לאחד (פחות מעט).

**תודות:** לערן רביב, למנחם גולדשטיין, לאוריאל ברגמן ולבני אביעד על הערותיהם המחכימות.

### **ביבליוגרפיה**

יקותיאל גינצבורג, כתבים נבחרים, הוצאת ניומן, תשכ"א.

מאיר ליטמן: *Approaching Infinity*, הוצאת פלדהיים 1990.

---

<sup>16</sup> ה"ב וה"ד שם. דיוק זה מופיע באחרונים. ראה למשל יצחק ירנן על פ"ה ה"ח. ראה גם כס"מ שם.  
<sup>17</sup> " ברכת הזימון מן התורה" תוספתא ברכות פ"ו ה"א, וראה גם ספרי דברים פייסקא שו.